1) Construction d'un pentagone régulier par la méthode des "tangentes à un cercle".

Tracer un segment [OA] de longueur 7cm.

Tracer un cercle (c_1) de centre O, passant par A.

Tracer le diamètre [AA'] et un rayon [OB'], perpendiculaire à [AA'].

Placer le point P au quart de [OA'] à partir de O : $OP = \frac{1}{4} OA'$

Placer Q au milieu de [OB'].

Le cercle (c_3) de centre P et passant par Q coupe [OA] en I et [OA'] en J.

Tracer la tangente en I au cercle (c_3) : elle coupe le cercle (c_1) en B et E.

Tracer la tangente en J au cercle (c_3) : elle coupe le cercle (c_1) en C et D.

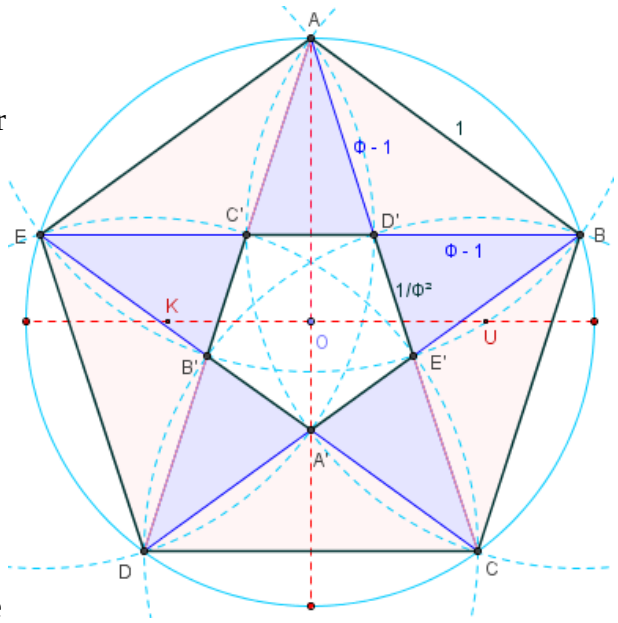
Vous obtenez un pentagone qui se nomme ABCDE ou ABDCE suivant la façon dont vous avez nommés les points C et D.

On peut prouver (mais ce n'est pas demandé ici) que ce pentagone est régulier.



2) En reliant un sommet sur deux d'un pentagone régulier on obtient un pentagone étoilé. Ce type de figure, appelée souvent "pentagramme" a fasciné depuis toujours... On trouve énormément de textes ésotériques autour de cette figure. Une des plus anciennes utilisation provient probablement des pythagoriciens, qui formaient une sorte de secte mathématico-religieuse. Ils s'interdisaient par exemple formellement de manger des fèves et le pentagramme était chargé de sens pour eux. En ces temps glorieux, on pouvait être puni de mort si on révélait certains résultats mathématiques !

En voici un que vous ne devez répéter à personne :



J'utilise les notations de la figure ci-contre (les lettres "phi"sur cette figure désignent le nombre d'or, qui donne lieu lui aussi à bien des "sacralisations", mais c'est une autre histoire).

a) ABCDE est un pentagone régulier : calculer l'angle $\widehat{AOB}$

b) Calculer $\widehat{OAB}$ puis $\widehat{EAB}$.

c) En utilisant que le petit pentagone A'B'C'D'E' est aussi régulier, et qu'il a donc des angles égaux à ceux de ABCDE, montrer que $\widehat{AC'D'}$ = 72 °

d) Calculer $\widehat{C'AD'}$.

Si le pentagramme fascine tant, c'est peut-être aussi parce que tous les angles sont des multiples de 36° ? Ou alors parce qu'on peut à nouveau construire une étoile dans le petit pentagone A'B'C'D'E' et que dans cette étoile apparaîtra un autre pentagone encore plus petit, etc ?
En tous les cas, ce qui a fasciné les pythagoriciens (et a suscité une des plus anciennes crise intellectuelle connue), c'est que le rapport entre le côté du pentagone et celui de l'étoile est irrationnel : une prime à celui qui présente cela au reste de la classe !

Source : http://debart.pagesperso-orange.fr